

أحابيل الطاولة المُستديرة

جالي شمعوني، تسفي شاليم

إعداد: د. آفي بولج

ترجمة: مارون قعبور

مراجعة لغويّة: رنا عبدالله



رياضيات - المرحلة
الاعداديّة

نسخة 2016 Developed

ترجمت للعربية: 2017-2018 Translated

Supported by The Diane P. & Guilford Glazer Fund of the
Jewish Community Foundation of Los Angeles

© جميع الحقوق محفوظة للمركز الإسرائيلي للتميز في التربية ولوزارة التربية والتعليم.
يُسمح باستخدام المواد التعليميّة فقط في إطار التعليم بحسب منهج "التميز 2000". يجب عدم نشر
هذه المواد دون إذن خطّي مُسبق، من المركز الإسرائيلي للتميز في التربية.

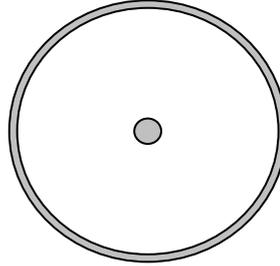
مدخل

الفعاليّة التي أمامنا تعتمد على أحجّيّة معروفة: أمامكم طاولة مُستديرة وبجانبيها عدد كبير جدًا من عُملات مُستديرة صغيرة. عليكم أن تلعبوا لعبة للاعبين - كلّ لاعب في دوره يضع عُملَةً واحدة على الطاولة شرط أن لا تخرج من الإطار الدائريّ للطاولة. أوّل لاعب لا يجد في دوره مكانًا شاغورًا على الطاولة يُوّضع عُملَةً، يكون الخاسر في اللعبة. (لا يجوز أن تُوضَع عُملَةً بكاملها أو بجزءٍ منها على عُملَة سبق أن كانت مَوْضوعة على الطاولة، ولكن يُسمَح بأن يكون هناك تَماسّ بين العُملات).

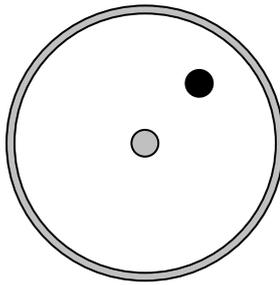
يتبيّن أن لدى أحد اللاعبين توجد طريقة تكفل له الفُوز مهما كانت خطوات مُنافسه. مهمّتكم أن تكتشفوا هل هذا اللاعب هو اللاعب الذي يفتتح اللعبة أو اللاعب الثاني. كذلك عليكم أن تكتشفوا طريقة أداء هذا اللاعب.

الحلّ

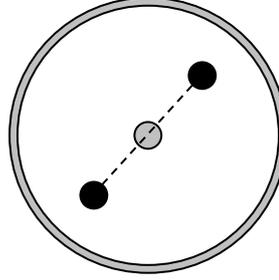
اللاعب الذي لديه إستراتيجيّة للفُوز هو اللاعب الذي يفتتح اللعبة. في الخطوة الأولى يضع عُملَةً في مركز اللوحة - مركز العُملَة يجب أن ينطبق على مركز الطاولة المُستديرة.



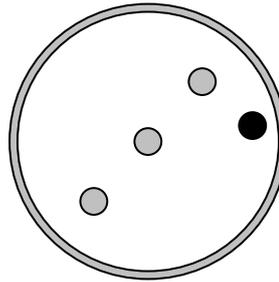
نفرض أن اللاعب المُنافس وضع عُملته الأولى في هذا المكان:



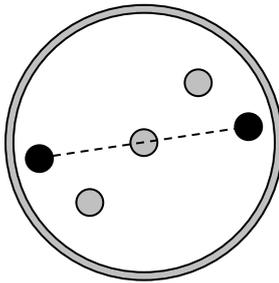
الآن يضع اللاعب الأوّل عُملته بحيث تكون العُملة التي في المركز هي في مُنتصف القطعة الواصلة بين آخر عُملتين بالضبط. يمكننا القول بأن آخر عُملتين وُضعتا على الطاولة (المُلوّنتان بالأسود) هما مُتماثلتان بالنسبة للعُملة الموجودة في مركز اللوحة.



طريقة أخرى لردّ فعل اللاعب الذي افتتح اللعبة هي أن يقول إن مكان عُملته يجب أن يكون مكان عُملة الخصم بعد إدارة اللوحة بمقدار 180^0 .
الآن نفرض أن اللاعب الثاني وضع عُملته الثانية هكذا:



ومرّة أخرى يضع اللاعب الأوّل عُملته في مكانٍ مُتماثل لعُملة الخصم بالنسبة لمركز اللوحة:



هكذا يستمرّ اللعب حتّى فوز اللاعب الذي افتتح اللعبة. شرح ذلك بسيط – كلّ زوج من الخطوات يُغطّي مساحتين مُتماثلتين بالنسبة لمركز اللوحة. إذا وجد اللاعب الثاني مكانًا شاغراً لِوَضع عُملته، فهذا يعني أن المساحة المُتماثلة لهذا المكان بالنسبة لمركز اللوحة يجب أن تكون شاغرة، ولذلك سيكون للاعب الذي افتتح اللعبة مكان شاغر لِوَضع عُملته. معنى ذلك أنه طالما وجد اللاعب الثاني مكانًا لِوَضع عُملته سيكون للاعب الأوّل بالتأكيد مكان لِوَضع عُملته. وبما أن لوحة اللعب ليست لا نهائية،

سنصل بالتأكيد إلى مرحلة لا توجد فيها أيّ إمكانيّة لوضع عملة عليها. هذا يحدث بالضرورة عندما يحين دور اللاعب الثاني للعب، ولذلك سيخسر. في تتمة الفعاليّة سنوضح هذا الأمر مرّة أخرى بالتجسيد.

أحجية الطاولة المُستديرة هي أحجية مهمّة ويُمكّن الاستفادة منها، ولكننا وجدنا صعوبة في تطبيقها في دروس "التميّز 2000". سبب المشكلة أنه عند إجراء اللعبة، من الصعب جدًّا تطبيق إستراتيجيّة الفوز بِدقّة مُتناهية في وضع العُمَلات، وحتّى أن اللاعب المُلمّ بالإستراتيجيّة قد يخسر في اللعبة بسبب عدم الدقّة في وضع العُمَلات.

لأجل ذلك، في الفعاليّة التي أمامنا لا يلعب التلاميذ لعبة الطاولة المُستديرة، وإنما يلعبون فقط ألعابًا مُشابهة لها. هذه الألعاب تقود إلى نفس التفكير كما في لعبة الطاولة المُستديرة، ولكنّ مُركّب عدم الدقّة غير واردٍ فيها.

نعرض الآن الألعاب. تمرّس التلاميذ في اللعبة الأولى يجب أن يكون طويلًا من أجل تمكينهم من اكتشاف إستراتيجيّة الفوز بأنفسهم. اللعبة الثانية تتطلّب تفكيرًا مُشابهًا للفكير في اللعبة الأولى، ولذلك من المُتوقّع أن لا يكون تناول التلاميذ لها كبيرًا. شجّعوا التلاميذ الراغبين في حلّ هذه اللعبة نظريًّا فقط. اللعبة الثالثة تختلف عن اللعبتين السابقتين – إستراتيجيّة التماثل لا تتحقّق فيها. سيضطرّ التلاميذ إلى البحث عن حلول ابتكاريّة أخرى. نُشير إلى أننا لم نبحث هذه اللعبة في العمق، ولهذا لا نعرف نحن أيضًا إستراتيجيّة للفوز في هذه اللعبة.

سَير الفِعالِيّة:

في الصفحة الآتية يوجد شرح لقواعد اللعبة الأولى. إبدأوا الدرس بالشروح الواردة في هذه الورقة. لاحقًا تُعرض ألعاب الفِعالِيّة الثلاث الواحدة بعد الأخرى – لكلّ لعبة توجد ورقة مهمّة فيها لوحات لعب تليها مُباشرة أوراق شرح للمعلم. خلال الدرس مَكّنوا التلاميذ من لعب اللعبة الأولى لفترة زمنيّة تروّن أنها مُناسبة، وبعد ذلك أجروا نقاشًا فيها. إفعلوا ذلك في اللعبة الثانية أيضًا وبعد ذلك في اللعبة الثالثة.

المُدّة الزمنيّة المُلائمة لهذه الفِعالِيّة هي على الأقلّ حصّة واحدة من 90 دقيقة.

اللعبة الأولى – لوحة 6×6

سِير اللعبة:

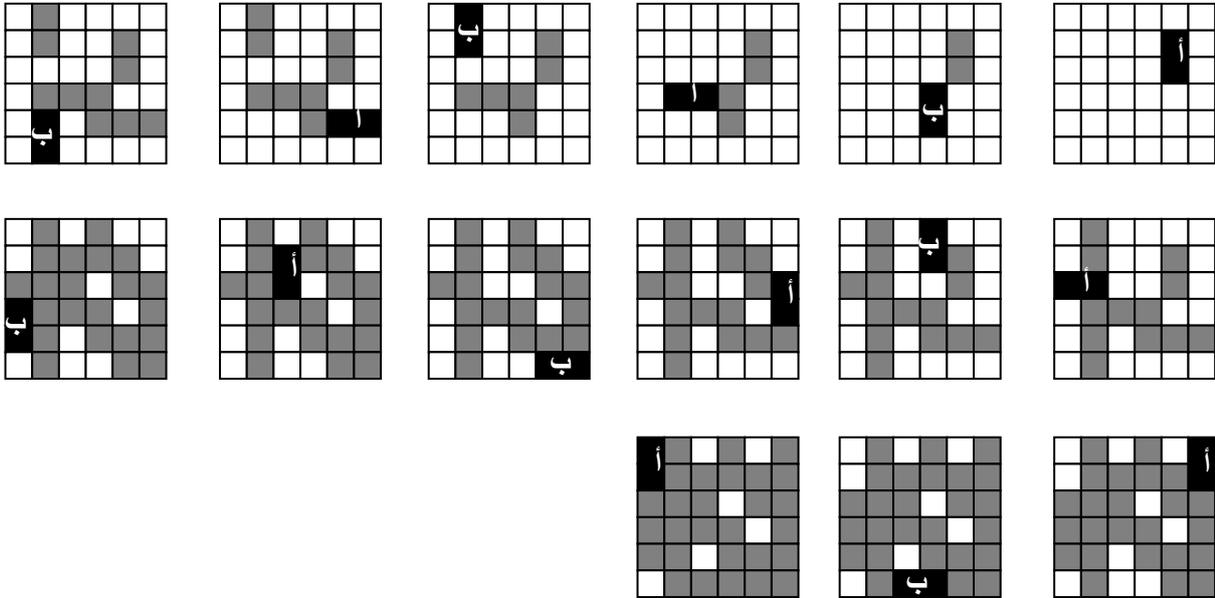
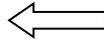
على كلِّ لاعب في دوره أن يُسوّدَ تربيعين مُتجاورين.

الفوز في اللعبة:

آخر لاعب ينجح بتنفيذ خطوة في اللعبة يكون هو الفائز.

مثال للعبة

فيما يلي لعبة تُبينُ تَعَباً لُوحة اللعب بأزواج من التربيعات المُسَوَّدة:



لا توجد الآن أمام اللاعب ب أي إمكانيّة للقيام بخطوة أخرى. اللاعب أ الذي افتتح اللعبة هو الذي قام بالخطوة الأخيرة، ولذلك يكون هو الفائز.

بعد شرح مُختصر كالذي عرضناه أعلاه، وَزَعوا على التلاميذ ورقة المهمة 1 التي تحتوي على لوحات لهذه اللعبة. مَكْنوهم من أن يلعبوا بحُرّيّة. أثناء لعب التلاميذ، تَجَوَّلوا بينهم وافحصوا إذا نجحوا باكتشاف إستراتيجيّة للفوز. شَجَّعوهم على مُحاولَة إيجاد هذه الإستراتيجيّة.

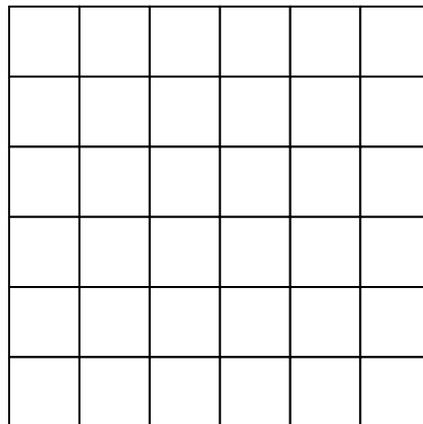
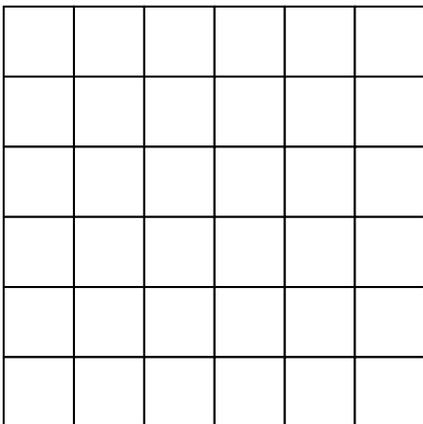
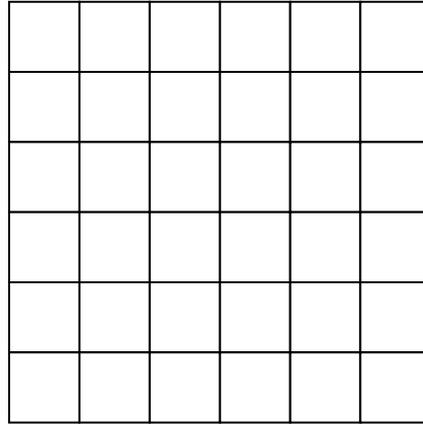
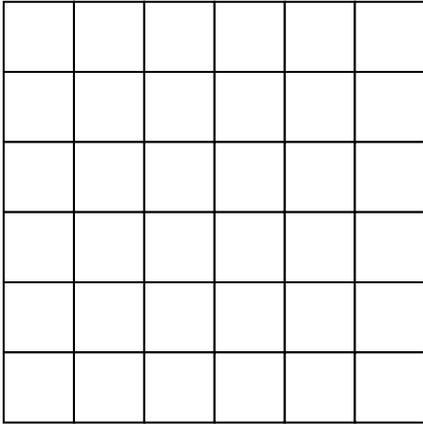
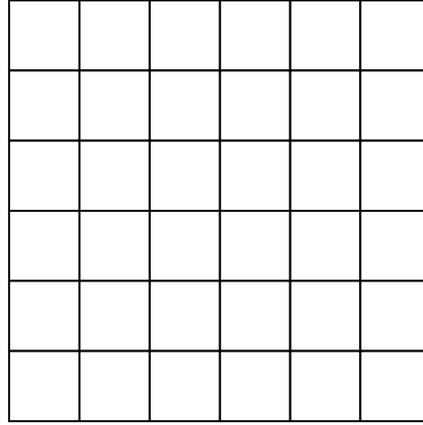
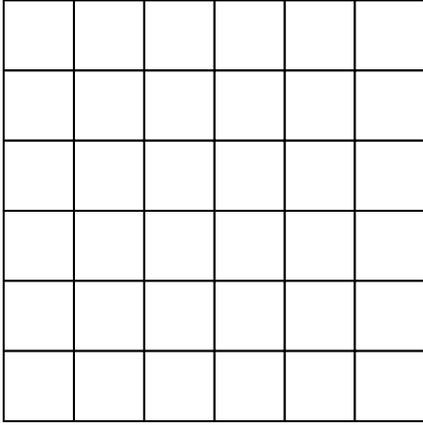
اللعبة الأولى – لوحة 6×6

سیر اللببة:

على كلّ لاعب في دوره أن يُسوّدَ تربيعتين مُتجاورتين.

الفوز في اللببة:

آخر لاعب ينجح بتنفيذ خطوة في اللببة يكون هو الفائز.

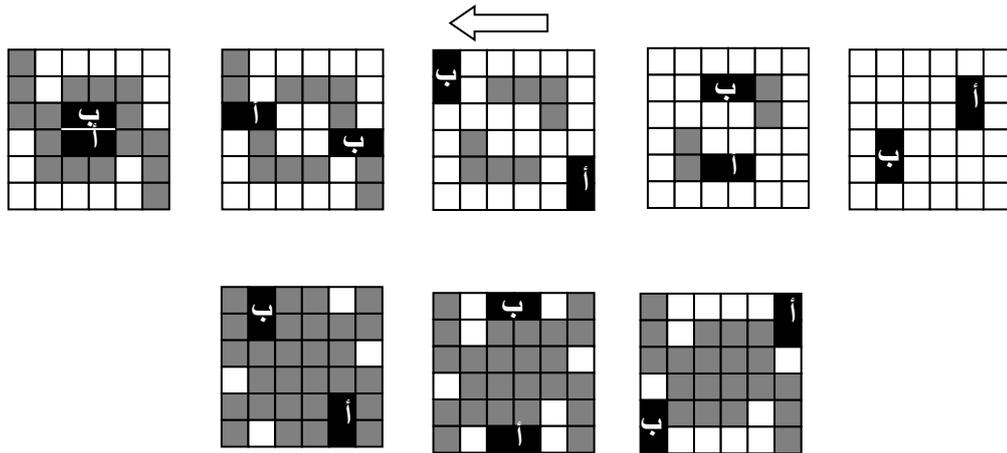


لوحه 6×6 – تحلیل اللعبة

أتیحوا للتلاميذ زمناً معقولاً للعب. لا تستعجلوهم. قد يكون مُثيراً إذا تبين أن أحداً ما منهم قد توصل إلى إستراتيجية للفوز، وهي التي سنُفصلها فيما يلي.

إستراتيجية الفوز في هذه اللعبة ستكون من نصيب اللاعب الذي لا يفتح اللعبة. كلُّ ما عليه هو أن يُنفذ خطوة ذات تماثل دَوْرانيّ بـ 180^0 مُقابل كلِّ خطوة يقوم بها اللاعب الأول.

نعرض هنا مثالاً للعبة نفهم منها لماذا لا توجد أيّ إمكانيّة للاعب الذي يفتح اللعبة للفوز على اللاعب الثاني الذي يستخدم الإستراتيجية أعلاه. في كلِّ لوحه عَلَمنا خطوتين (خطوة لكلِّ لاعب)، لكي نُؤكد التماثل في خطوات اللاعب الثاني ولكي نُجسد أنه طالما كانت أمام اللاعب الأول (أ) إمكانيّة لتنفيذ خطوة، تكون أمام اللاعب الثاني (ب) إمكانيّة للردّ عليه بخطوة، ذلك لأن المكان المُتماثل سيكون دائماً شاغراً.



من السهل أن نلاحظ أن هذه اللعبة تُشبه لعبة الأحجية المعروفة التي عرضناها في المدخل. الفرق هنا هو أن اللاعب الذي يفتح اللعبة هو بالذات الخاسر، لأنه لا توجد أمامه طريقة لتلوين "مركز اللوحه" في الخطوة الأولى، ذلك لأن المركز مُركَّب من أربع تربيعات وليس من اثنتين.

ناقشوا مع التلاميذ تحليل اللعبة، وبعد ذلك ورَّعوا عليهم لوحه اللعبة الثانية. قوانين هذه اللعبة هي ذاتها قوانين اللعبة الأولى، غير أن لوحات اللعب فيها هي بقياس 5×6.

في تحليل اللعبة سنكتشف أنها تُضاهي لعبة الطاولة المُستديرة التي عرضناها في المدخل.

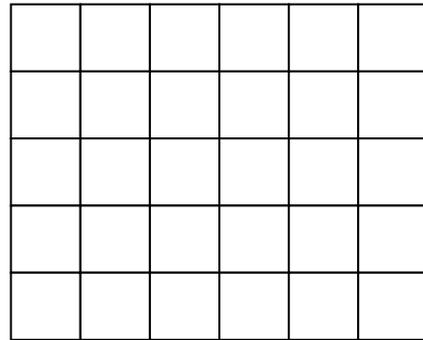
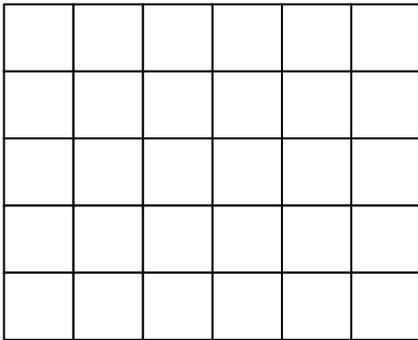
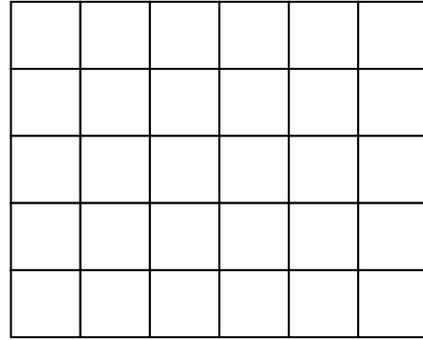
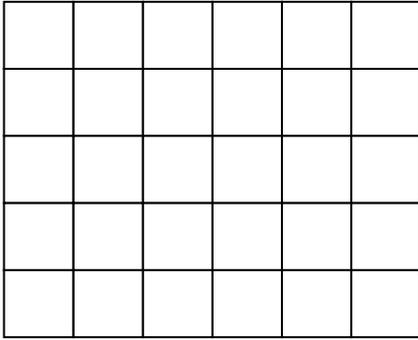
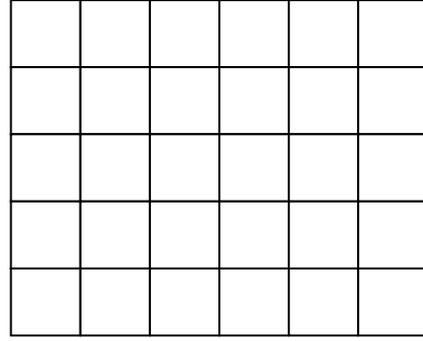
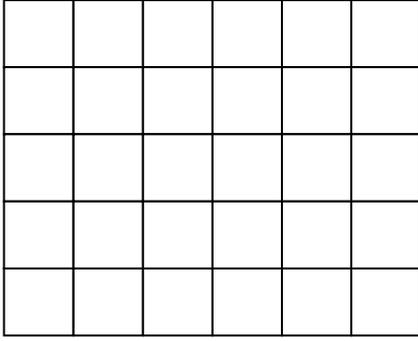
اللعبه الثانيه – لوحه 5×6

سير اللعبه:

على كلّ لاعب في دوره أن يُسوّدَ تربيعتين مُتجاورتين.

الفوز في اللعبه:

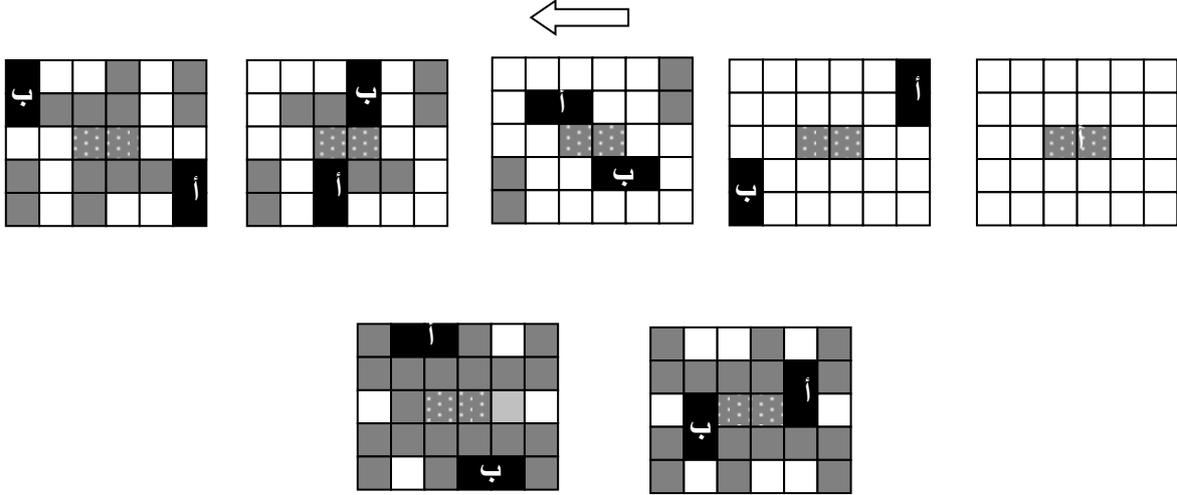
آخر لاعب ينجح بتنفيذ خطوة في اللعبه يكون هو الفائز.



لوحه 5×6 – تحليل اللعبة

في هذه اللعبة إستراتيجية الفوز هي من نصيب اللاعب الأول. في الخطوة الأولى يحتجز هذا اللاعب مركز اللوحه، وبعد ذلك يكون ردّه بتماثل 180^0 مُقابل كلّ خطوة يقوم بها خصمه – تمامًا كما في الأحجية المعروفة من المدخل.

هذا مثال للعبة:



الآن حان دور اللاعب الثاني (ب) للعب، ولذلك يخسر.

وصلنا الآن إلى اللعبة الثالثة في الدرس. هذه اللعبة تُلعب على لوحه بقياس 5×5، وهي ذات قوانين مُطابقة لقوانين اللعبتين السابقتين. لكنّ المفاجأة الكبرى، هي أن الإستراتيجيات التي استخدمناها في اللعبتين السابقتين لا تُلائم هذه اللعبة. بالإضافة إلى ذلك لا نعرض لها إستراتيجية فوز، وإنما نكتفي بعرض طرائق للتمعّن فيها. من يكتشف إستراتيجية فوز لهذه اللعبة، مدعوٌ لإرسالها إلينا – إلى المركز الإسرائيلي للتميز في التعليم.

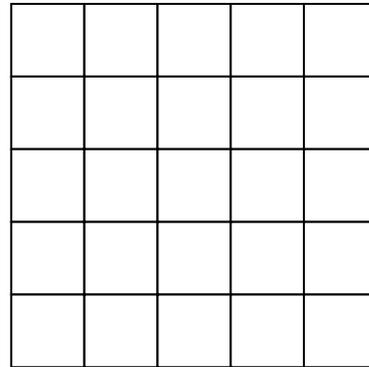
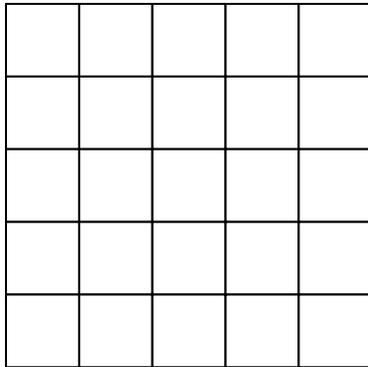
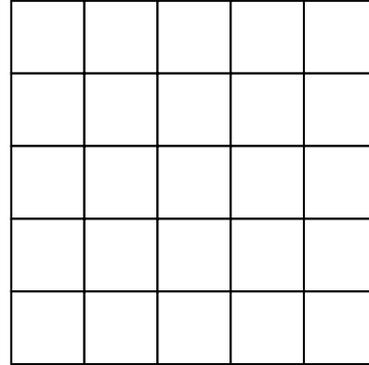
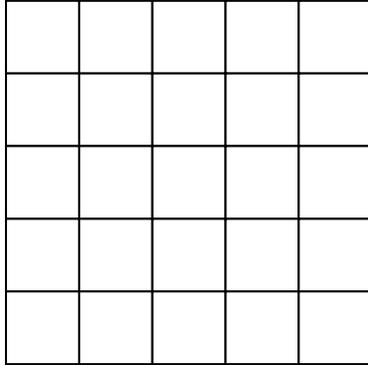
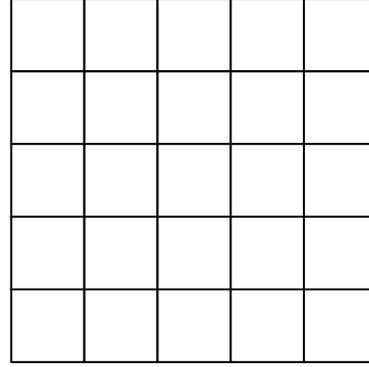
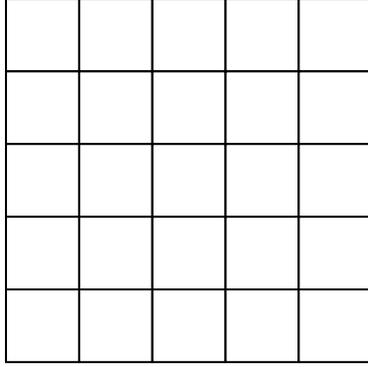
اللعة الثالثة – لوة 5×5

سِير اللعة:

على كلّ لاعب في ذوره أن يُسوّدَ تربيعتين مُتجاورتين.

الفوز في اللعة:

آخر لاعب ينجح بتنفيذ خطوة في اللعة يكون هو الفائز.



لُوحَة 5×5 – تحلِيل اللعِبة

فِي لُوحَة 6×6 كانت للالعِب الثاني إستراتيجيَّة فُوز واضِحة. فِي لُوحَة 6×5 كانت للالعِب الأوَّل إستراتيجيَّة فُوز واضِحة.

فِي لُوحَة 5×5 إستراتيجيَّة الفُوز أَكثَر تَركيبيًا. التَربيعَة المَوجودَة فِي مَركِز اللُوحَة "تَکسر" التَماثل. لو كان باسِطاعَة اللالعِب الأوَّل أن يُغَطِّي فِي خُطوتِه الأوَّلَى تَربيعَة واحِدة فقط، لكان باسِطاعَتِه أيضًا أن يُغَطِّي التَربيعَة التي فِي المَركِز، وبعِذ ذلك يَرُدُّ على كلِّ خُطوة لخصِمه بخُطوة تماثلها بِـ 180°.

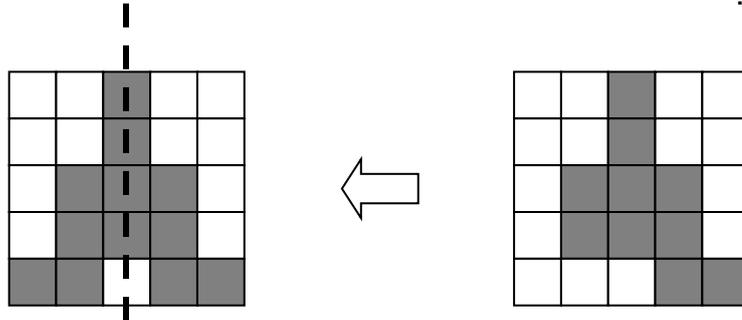
واضح كذلك أن اللالعِب الأوَّل لو "تَعهَّد" للالعِب الثاني أن لا يُغَطِّي التَربيعَة التي فِي المَركِز فِي كلِّ خُطوة من خُطواتِه، لكان باسِطاعَة اللالعِب الثاني أن يَرُدُّ على كلِّ خُطوة للالعِب الأوَّل بخُطوة تُماثلها ويفوز فِي اللعِبة. واضح أن اللالعِب الأوَّل لن يُعطي خصِمه مِثلَ هذا التَعهُّد.

مَكنُوا التلاميِذ من اللعِب كما يَربِغون فِي اللعِبة، وافحصوا هل اكتشفوا ولو قِسم من مُركِّبات إستراتيجيَّة الفُوز فِي اللعِبة.

نعرض الآن حالَتين للعبة يمكن فيهما أن يقوم أحد اللاعبين بخُطوة تكفل له الفُوز.

أ. إستغلال فُرصة لتَشكيل حالة تماثل من أَجل الفُوز

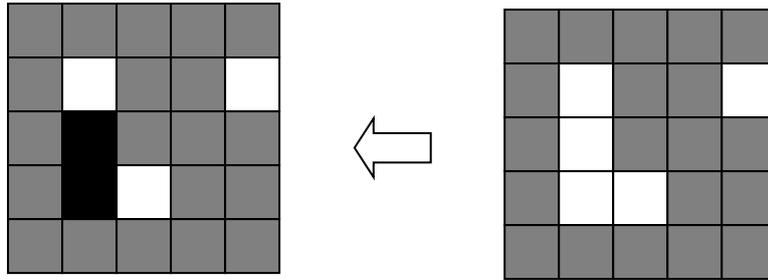
يمكن فِي مرحلَة معيَّنة أن تتشكَّل فِي اللعِبة حالة تُمكن اللالعِب الذي حان دَوْرُه للعب أن يترك لخصِمه لُوحَة مُتماثلة:



الآن باسِطاعَة اللالعِب الذي نَقَذ الخُطوة الأخيرة أن يَرُدُّ بِصورة مُتماثلة على كلِّ خُطوات خصِمه ويفوز فِي اللعِبة. التَماثل هنا هو بالنسبة للمُستقيم العمودي المُتَقَطِّع الذي رسمناه.

ب. الفـوز في مرـحلة لعب مُتقدّمة

صحيح أن في بداية اللعبة من الصعب "التخطيط إلى الأمام"، الأمر الذي يجعل تلاميذ كثيرين أن يلعبوا بسرعة في هذه المرحلة، ولكن كلما اقتربت اللعبة من نهايتها يسهل القيام بمثل هذا التخطيط، وتبدأ وتيرة لعب التلاميذ بالتباطؤ؛ وفي مرحلة مُعيّنة يُشخص أحد التلاميذ فرصة للفوز. هذا مثال لمرحلة من اللعبة قريبة من نهايتها، يسهل فيها إيجاد خطوة فوز:

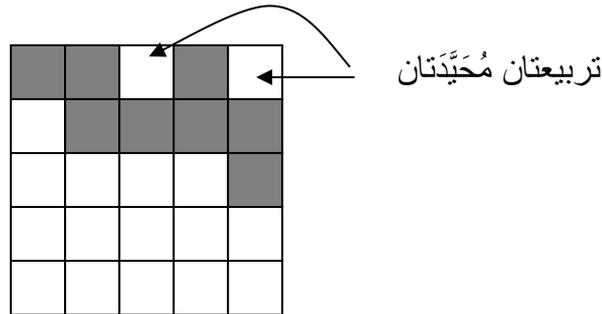


من المهم أن ندرك أنه كلما كان التخطيط في مرحلة مُبكرة أكثر، يكون مستوى لعب من خطّ أعلى.

نعرض الآن نظرة إمعان في اللعبة ربما يُفضّل أن يأخذها التلاميذ بالحسبان:

تربيعات مُحيّدة

في لوحة 5×5 توجد 25 تربيعة. بما أن في كلّ دور على اللاعب أن يُسوّد تربيعتين، فإن هناك على الأكثر 12 خطوة في اللعبة، بحيث تبقى على اللوحة تربيعة واحدة على الأقل غير مُستغلّة. إذا نُفّدت بالفعل 12 خطوة، فمعنى ذلك أن كلّ لاعب نفّذ 6 خطوات. في هذه الحالة من الواضح أن اللاعب الثاني سيكون هو الفائز في اللعبة. مع ذلك باستطاعة التلاميذ أثناء اللعب أن يتركوا تربيعات مُحيّدة كثيرة. هذا مثال:



إذا نجح اللاعب الأوّل بتحييد 3 تربيعات، فمعنى ذلك أن اللعبة سيبقى فيها 22 تربيعة للتغطية، ولذلك فإنها ستكون مُكوّنة من 11 خطوة فقط. وبما أن 11 هو عدد فرديّ، لذلك فإن اللاعب الأوّل سيفوز في اللعبة. إذا أخذ اللاعبون هذه النظرة بالحسبان، يكون باستطاعتهم أن يُوجّهوا أنفسهم لمحاولة تشكيل عدد من التربيعات المُحيّدة المُلائم لفوزهم.